§ 9. Вычисление площади фигуры методом Монте-Карло

Сайт:	Профильное обучение
Курс:	Информационные технологии. 11 класс (Базовый уровень)
Книга:	§ 9. Вычисление площади фигуры методом Монте-Карло
Напечатано::	Гость
Дата:	Воскресенье, 20 Февраль 2022, 18:37

Оглавление

9.1. Постановка задачи (этап 1)

Задача. Методом Монте-Карло найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = \frac{x(10 - x)}{5}$ и $y = \frac{x}{3}$.

Для вычисления площади фигур, ограниченных графиками функций, можно использовать различные методы, которые хорошо известны в математике.

9.2. Выбор плана создания модели (этап 2)

Прежде всего следует построить изображение фигуры, для чего логично создать компьютерную модель фигуры в электронных таблицах (пример 9.1).

Для вычисления площади фигуры доработаем программу предыдущего параграфа и используем ее (пример 9.2).

План создания модели получает следующий вид:

3а) создание компьютерной модели фигуры;
3б) создание компьютерной расчетной модели.

Пример 9.1. Чтобы построить изображение фигуры, нужно на одной координатной плоскости построить графики двух данных функций. Изображение позволит определить положение и размеры базового прямоугольника.

Графики построим с помощью электронных таблиц.

Пример 9.2. В программе нужно учесть размеры базового прямоугольника, соответственно изменить формулы расчета координат точек-песчинок и записать новые условия попадания точек-песчинок на фигуру.

9.3. Создание компьютерной модели фигуры (этап 3а)

Будем строить графики функций на промежутке [–5; 15] с шагом 1. Компьютерную модель фигуры будем строить, используя схему размещения данных и заголовков, приведенную в [примере 9.3.]

В ячейки строки 5 вводим следующие формулы

A5: =B1 B5: =A5*(10–A5)/5

C5: =A5/3

В ячейку A6 вводим

=A5+B2

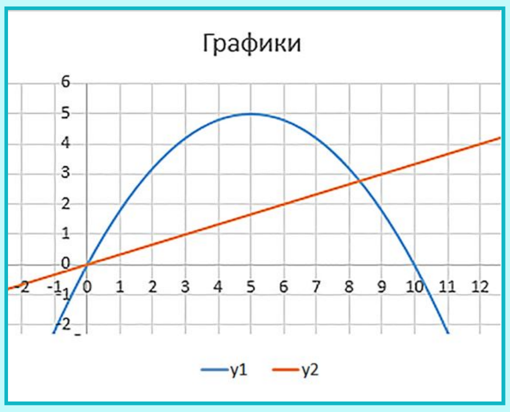
Диапазон B5:C5 копируем на диапазон B6:C6 и диапазоном A6:C6 заполняем таблицу вниз до строки 25 включительно.

Для построения графиков выделяем диапазон A4:C25 и вставляем диаграмму **Точечная** (— **Точечная с гладкими кривыми**) [(пример 9.4)].

Пример 9.3. Схема размещения данных и заголовков компьютерной модели фигуры в электронных таблицах.

	A	B	C
1	x0	-5	
2	шаг	1	
3			
4	x	y1	y2
5			

Пример 9.4. На диаграмме сразу строятся два графика. После настройки можно получить диаграмму следующего вида.



9.4. Создание компьютерной расчетной модели (этап 3б)

Для создания программы **montekarloS** используем текст программы **montekarlo** из пункта 8.5.

Добавим в объявление переменных типа `real` имена **a** и **b**, которые используем для ширины и высоты базового прямоугольника.

Далее для этих переменных задаем начальные значения (пример 9.5.).

Чтобы случайные точки попадали на базовый прямоугольник, изменяем операторы присвоения случайных значений координатам в теле цикла:

```
x := a * random();
y := b * random();
```

Чтобы записать новое условие оператора **if** снова изучаем фигуру (пример 9.6) и записываем условие

```
(x/3 < y) and (y < x*(10-x)/5)
```

Здесь в первом неравенстве слева — это выражение функции, график которой ограничивает фигуру снизу. В втором неравенстве справа — выражение функции, которая ограничивает фигуру сверху.

Изменяем формулу вычисления площади (пример 9.7) и выводим результат оператором

```
writeln('Площадь фигуры = ',s);
```

Пример 9.5. Анализ построенной фигуры позволяет в качестве базового взять прямоугольник с вершиной в начале координат. Высоту прямоугольника можно взять равной 5, а ширину следует выбрать между 8 и 9, ориентируясь на графики. Возьмем ширину базового прямоугольника равной 8,5.

Тогда в программе надо задать эти начальные значения для переменных **a** и **b**, дописав операторы:

```
a := 8.5;
b := 5;
```

Пример 9.6. Анализ построенной фигуры показывает, что она ограничена сверху графиком функции $y = \frac{x(10-x)}{5}$, а снизу — графиком функции $y = \frac{x}{3}$.

Пример 9.7. Для вычисления площади заданной фигуры используем основную формулу метода Монте-Карло $S = \frac{k}{n}S_0$.

Площадь S_0 базового прямоугольника вычисляется как произведение длин его сторон. Тогда оператор вычисления площади должен иметь вид

```
s := a * b * k / n;
```

9.5. Исследование модели (этап 4)

Адекватность метода проверена в предыдущем параграфе. Адекватность компьютерной модели можно проверить расчетами при помощи других методов (пример 9.8).

Пример 9.8. Аналитические вычисления, проведенные другим математическим методом, показали, что площадь заданной фигуры равна 19,29.

9.6. Получение решения задачи (этап 5)

Несколько запусков программы **montekarloS** с увеличением числа *n* точек-песчинок в 10 и более раз показывают, что результат с округлением до десятых долей равен 19,3.

Уже отмечалось, что увеличить точность вычислений площади фигуры геометрическим методом Монте-Карло можно увеличением числа *n* точек-песчинок.

Упражнения

1. Методом Монте-Карло, изменяя программу, найти площади следующих фигур, ограниченных графиками функций:

1. $y = \sin(x)$ и $y = 0$;
2. $y = \frac{x(8-x)}{2}$ и $y = \frac{x}{2}$;
3. $y = \frac{(x-6)^2}{6}$ и $y = 6$;
4. $y = \frac{x(12-x)}{9}$ и $y = \frac{x}{5}$;
5. $y = \frac{x(8-x)}{4}$ и $y = \frac{8-x}{8}$;
6. $y = \sin(x)$ и $y = \frac{(x-2)^2}{2}$.