

## § 11. Модель «хищник-жертва»

Сайт: [Профильное обучение](#)  
Курс: Информационные технологии. 11 класс (Базовый уровень)  
Книга: § 11. Модель «хищник-жертва»  
Напечатано.: Гость  
Дата: Воскресенье, 20 Февраль 2022, 18:42

# Оглавление

[11.1. Основные понятия](#)

[11.2. Математическая модель «хищник-жертва»](#)

[11.3. Создание компьютерной модели «хищник-жертва»](#)

[11.4. Добавление полос прокрутки](#)

[Упражнения](#)

## 11.1. Основные понятия

Рассмотрим систему совместного существования двух популяций, которая называется системой «хищник-жертва». Считается, что популяции обитают в изолированной среде, которая обеспечивает всем необходимым только одну популяцию (жертвы). А вот особи второй популяции (хищники) питаются только особями первой популяции ([пример 11.1](#)).

Для исследования динамики численности популяций в системе «хищник-жертва» построим математическую модель ([пример 11.2](#)), а затем компьютерную модель.

**Пример 11.1.** В природе система «хищник-жертва» взаимодействия популяций встречается достаточно часто. Например, в пруду обитают караси и щуки. В пруду достаточно питания карасям, а щуки питаются только карасями. По такой же системе взаимодействуют зайцы и волки, мыши и лисы и т. д.

**Пример 11.2.** Впервые математическая модель системы «хищник-жертва» была создана в 1925-1926 годах и носит имена ее создателей – модель Лотки - Вольтёрры.

## 11.2. Математическая модель «хищник-жертва»

Обозначим  $x(t)$  количество особей популяции жертв, а  $y(t)$  — количество особей популяции хищников в момент времени  $t$ . Пусть также  $v(t)$  — скорость роста численности популяции жертв, а  $w(t)$  — скорость роста численности популяции хищников. Рассмотрим математическую модель «хищник-жертва», в которой для популяции жертв используется модель ограниченного роста.

$$v(t) = (a - bx(t))x(t) - cx(t)y(t);$$

$$w(t) = -dy(t) + fx(t)y(t).$$

Составляющие и параметры модели рассмотрены в [примере 11.3](#).

Для получения расчетных формул применяем метод дискретизации времени с шагом  $\Delta t$  ([пример 11.4](#)). Тогда получаем формулы

$$x(t_{i+1}) = x(t_i) + v(t_i)\Delta t,$$

$$y(t_{i+1}) = y(t_i) + w(t_i)\Delta t.$$

Считаем, что шаг времени  $\Delta t = 1$  и совпадает с периодичностью наблюдений.

Для  $i = 0$  получаем основные формулы расчетной модели

$$x(1) = x(0) + (a - bx(0))x(0) - cx(0)y(0);$$

$$y(1) = y(0) - dy(0) + f x(0)y(0).$$

**Пример 11.3.** В первом уравнении модели справа первое слагаемое

$$(a - bx(t))x(t)$$

задает рост численности жертв, а второе

$$- cx(t)y(t)$$

— ее сокращение от поедания хищниками.

Во втором уравнении модели справа первое слагаемое

$$- dy(t)$$

задает сокращение численности хищников за счет смертности, а третье

$$fx(t)y(t)$$

— ее рост за счет питания жертвами.

Параметры модели:

$a$  — коэффициент естественного прироста популяции жертв ( $a > 0$ );

$b$  — коэффициент смертности жертв от внутривидовой конкуренции ( $b > 0$ );

$c$  — коэффициент смертности жертв от хищников ( $c > 0$ );

$d$  — коэффициент смертности хищников ( $d > 0$ );

$f$  — коэффициент, определяющий прирост численности хищников ( $f > 0$ ).

**Пример 11.4.** Пусть начальный момент  $t_0 = 0$ , последующие моменты  $t_1, t_2, t_3, \dots$ , и скорости  $v(t)$  и  $w(t)$  меняются только в эти моменты времени.

## 11.3. Создание компьютерной модели «хищник-жертва»

Оценку динамики численности популяций удобнее проводить на графиках, поэтому компьютерную модель создадим с помощью электронных таблиц. Данные компьютерной модели разместим по схеме [примера 11.5](#).

Заполним формулами первые две строки рабочей таблицы.

$$A11: =0 \quad B11: =A4 \quad C11: =H4$$

$$A12: =A11+1$$

$$B12: =B11+(\$A\$5-\$A\$6*B11)*B11-\$A\$7*B11*C11$$

$$C12: =C11-\$H\$5*C11+\$H\$6*B11*C11$$

Диапазоном A12:C12 заполним вниз столбцы расчетной таблицы до строки 361 включительно. Для ячеек расчетной таблицы следует задать формат **Числовой** с числом десятичных знаков 0 (целые числа).

Выведем теперь на лист две диаграммы с графиками. Сначала выделим диапазон A11:C361 и вставим на лист диаграмму **Точечная** (  — **Точечная с гладкими кривыми**). Изменим название диаграммы на название «Графики численности популяций», изменим имена рядов на имена «Жертвы» и «Хищники» (см. п. 10.6) и выведем **Легенду** в нижнюю часть диаграммы. Результат приведен в [примере 11.6](#).

Для диапазона B11:C361 выведем еще одну диаграмму **Точечная** (  — **Точечная с гладкими кривыми**). Изменим название новой диаграммы и подписи названия осей в соответствии с диаграммой [примера 11.7](#).

Координаты  $(x, y)$  любой точки графика зависимости — это пара чисел. Координаты точки на графике зависимости для некоторого момента времени  $t$  показывают численность жертв  $x(t)$  и соответствующую ей численность хищников  $y(t)$  в системе «хищник-жертва» ([пример 11.8](#)). Разным моментам времени соответствуют разные точки графика.

**Пример 11.5.** Левая часть схемы компьютерной модели:

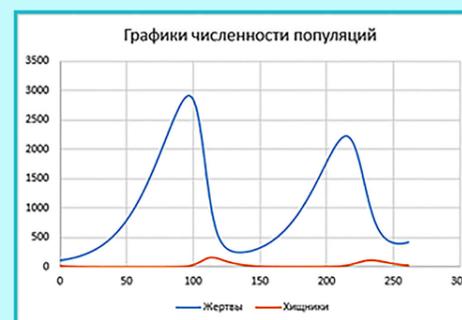
	A	B	C	D	E	F
1	Модель "хищник-жертва"					
2	Исходные данные					
3	Жертвы					
4	100	<	>	: начальная численность популяции		
5	0,05	<	>	: коэффициент естественного прироста		
6	0,00001	<	>	: коэффициент смертности от конкуренции		
7	0,001	<	>	: коэффициент смертности от хищников		
8						
9	Расчетная таблица					
10	Время	Жертвы	Хищники			

Правая часть схемы компьютерной модели:

	H	I	J	K	L	M
1						
2						
3	Хищники					
4	20	<	>	: начальная численность популяции		
5	0,1	<	>	: коэффициент смертности		
6	0,0001	<	>	: коэффициент прироста за счет жертв		

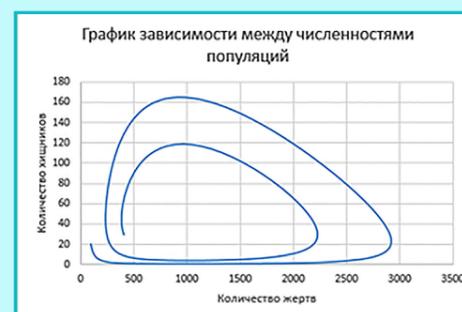
Ячейки диапазонов B4:B7 и I4:I6 сначала следует оставить пустыми. По схеме на этих ячейках установлен элемент управления **Полоса прокрутки**.

**Пример 11.6.** Диаграмма «Графики численности популяций»:



Графики численности популяций демонстрируют колебания, которые затухают с течением времени (уменьшение численности).

**Пример 11.7.** Диаграмма «График зависимости между численностями популяций».



**Пример 11.8.** С увеличением времени  $t$ , точка смещается по графику в направлении против часовой стрелки, построенной из условного центра графика. Соответственно меняются численности жертв и хищников.

## 11.4. Добавление полос прокрутки

Элемент управления **Полоса прокрутки** позволяет щелчками мыши по его элементам менять значение связанной с ним ячейки. Этим элементом удобно пользоваться, чтобы быстро задавать в модели новые значения начальной численности или параметра.

Вставим элемент управления **Полоса прокрутки** в каждую ячейку диапазонов B4:B7 и I4:I6 по схеме модели в [примере 11.5](#).

Для вставки элемента на вкладке **Разработчик** в группе **Элементы управления** выбирают инструмент **Вставить**, а на его панели выбирают элемент управления формы **Полоса прокрутки** ([пример 11.9](#)).

Вставка элемента управления **Полоса прокрутки** проводится по аналогии со вставкой элемента управления **Флажок** в модель динамики численности популяций (см. п. 10.7).

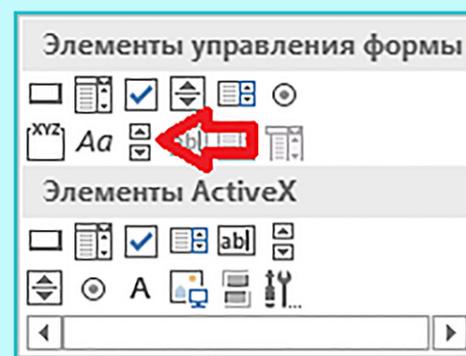
Каждую **Полосу прокрутки** следует настроить. Чтобы настроить **Полосу прокрутки**, по ней щелкают правой клавишей мыши, вызывают контекстное меню и в нем выбирают пункт **Формат объекта** ... Появляется диалоговое окно **Формат элемента управления**, в котором надо открыть вкладку **Элемент управления** с несколькими полями для заполнения ([пример 11.10](#)).

Настроим **Полосу прокрутки** на ячейке B4. В поле **Текущее значение** вносим начальное значение из ячейки A4 на схеме примера 11.5. Остальные поля заполняем данными первой строки таблицы [примера 11.11](#).

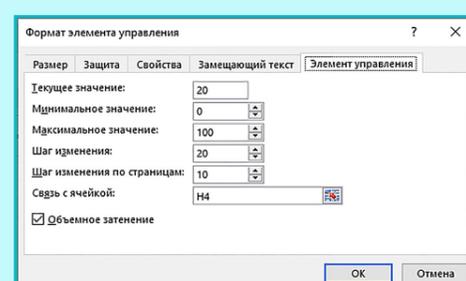
Аналогично настраиваем **Полосу прокрутки** в ячейке I4.

Также настраиваем остальные **Полосы прокрутки**, но **Текущее значение** не задаем и замечаем, что полосы связываются с ячейками строки 8 электронной таблицы, вдалеке от начальных значений на схеме модели. Это сделано намеренно ([пример 11.12](#)).

**Пример 11.9.** Верхний элемент управления формы **Полоса прокрутки** на панели инструмента **Вставить**.



**Пример 11.10.** Диалоговое окно **Формат элемента управления**:



**Пример 11.11.** Таблица данных для настройки **Полос прокрутки**:

Элемент в ячейке	Миним. значение	Максим. значение	Шаг изменения	Шаг по страницам	Связь с ячейкой
B4	100	1000	100	50	A4
B5	1	10	1	1	A8
B6	0	10	1	1	B8
B7	1	8	1	1	C8
I4	0	100	20	10	H4
I5	1	15	1	1	D8
I6	1	10	1	1	E8

Поле **Связь с ячейкой** показывает ячейку, в которую **Полоса прокрутки** выдает свое значение. Щелчками мыши по элементам **Полосы прокрутки** это значение меняется. Сразу надо проверить, как работают элементы настроенной **Полосы прокрутки**.

**Пример 11.12.** Дело в том, что на схеме начальные значения этих **Полос прокрутки** являются дробными числами, а в настройках элемента задать дробные значения невозможно. Поэтому целые значения таких **Полос прокрутки** выведены во вспомогательные ячейки строки 8.

В ячейки раздела исходных данных введем формулы, которые переводят целые значения **Полос прокрутки** в дробные.

$$A5: =A8/100 \quad H5: =D8/100$$

$$A6: =B8/100000 \quad H6: =E8/10000$$

$$A7: =C8/1000$$

## Упражнения



1. Повторите на компьютере рассмотренное в параграфе построение компьютерной модели «хищник-жертва».
2. Проверьте адекватность модели «хищник-жертва». С исходными данными, приведенными на схеме в упражнении 1, ячейки строки 30 расчетной таблицы должны получить значения:

30	19	206	4
----	----	-----	---

3. В модели «хищник-жертва», изменяя начальную численность жертв от 100 до 1000 с шагом 100, проанализируйте изменения графиков численности и графика зависимости для системы «хищник-жертва».
4. В модели «хищник-жертва», изменяя начальную численность хищников от 20 до 100 с шагом 20, проанализируйте изменения графиков численности и графика зависимости для системы «хищник-жертва».
5. В модели «хищник-жертва», изменяя значение коэффициента естественного прироста жертв от 0,01 до 0,1 с шагом 0,01, найдите диапазон значений коэффициента, при которых график зависимости для системы «хищник-жертва» имеет вид спирали.